

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И НЕФТЕГАЗОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

*На правах рукописи*

**Хайруллина Наталья Александровна**

**Методика обработки и анализа данных  
глобального гравитационного поля Земли на сфере  
с использованием «естественного» вейвлет-преобразования**

Специальность 25.00.10 – Геофизика,  
геофизические методы поисков полезных ископаемых

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата геолого-минералогических наук

Казань – 2021

Работа выполнена на кафедре геофизики и геоинформационных технологий Института геологии и нефтегазовых технологий Казанского (Приволжского) Федерального Университета

<b>Научный руководитель:</b>	<b>Эдуард Валерьевич Утемов</b> кандидат геолого-минералогических наук, доцент, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»
<b>Официальные оппоненты:</b>	
<b>Ведущая организация:</b>	

Защита диссертации состоится на заседании диссертационного совета при Казанском федеральном университете по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская д. 4/5, Институт геологии и нефтегазовых технологий КФУ

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им Н. И. Лобачевского КФУ (г. Казань, ул. Кремлевская д.35). Сведения о защите, электронные версии диссертации и автореферата доступны на официальных сайтах ВАК при Министерстве образования и науки РФ ([www.vak.ed.gov.ru](http://www.vak.ed.gov.ru)) и КФУ (<http://kpfu.ru>).

Ваш отзыв на автореферат просим направлять по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская д. 18, Казанский (Приволжский) федеральный университет, отдел аттестации научно-педагогических кадров.

Автореферат разослан «\_\_»

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Крылов Павел Сергеевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность работы

Одним из активно развивающихся направлений как прикладной, так фундаментальной геофизики является гравиметрия, которая заключается в измерении и интерпретации гравитационного поля в целях получения информации как о приповерхностных, так и о глубинных структурах. Технически прогресс за последние десятилетия, заключающийся не только в создании более высокоточных приборов измерения, но и в проведении спутниковых наблюдений, привел к значительному увеличению количества наблюдаемых данных, включая высокоточные наблюдения с высоким пространственным и временным разрешением. Полученные данные могут позволить значительно расширить наши познания как о глубинных структурах Земли, так и о временной эволюции этих структур, например в ходе землетрясений и извержений вулканов. Отдельно стоит отметить данные, полученные в ходе спутниковых измерений гравитационных полей Луны и Марса, существенно расширили наши представления об их структурах и планетологической истории.

Разумеется, подобный рост качества и количества наблюдений не мог не привести к пересмотру подходов к их обработке и интерпретации. В частности, интерпретация спутниковых данных просто невозможна в рамках моделей плоской Земли. В тоже время стандартный подход к исследованию и интерпретации потенциальных полей на сферической поверхности, основанный на сферическом гармоническом анализе, не всегда оказывается удачным в силу известных сложностей с описанием локальных структур.

Этих недостатков лишены методы, основанные на вейвлет-преобразованиях. Стоит отметить, что изначально метод вейвлет-преобразования был разработан для анализа и обработки сигналов – т.е. одномерных данных. В последствии он был обобщен на двумерные задачи обработки изображений и стал широко использоваться в других задачах описания пространственных структур. Однако все эти работы проводились с использованием декартовой системы координат, что, как было сказано выше не вполне

применимо к задачам современной гравиметрии. Здесь стоит отметить, что в отличие от изначальной задачи, для которой разрабатывались вейвлеты – сжатию информации, как правило с потерями, целью задач гравиметрии является выделение новой информации из наблюдаемых данных. Это означает, что используемый метод вейвлет-преобразования должен быть “физичным” – т.е. обладать рядом свойств, консистентных с физическими процессами, которые описываются с его помощью. Очевидно, что типовые методы вейвлет-преобразований, изначально предполагающие работу в декартовых координатах, и ставящие своей основной целью компактное хранение изображений, такими свойствами не обладают.

Однако в случае методов вейвлет преобразований, изначально разработанных для анализа потенциальных (гравитационных или магнитных) полей, ситуация принципиально другая. Эти методы, особенно активно развивающиеся в последние годы, позволяют значительно повысить устойчивость и получить параметры изучаемых полей. Это вызвано тем, что, как и было отмечено выше, решение ищется в классе функций, которые являются в каком-то смысле «естественными» для определения распределения плотностных источников.

Первые работы такого рода, сделанные в рамках декартовой геометрии, а значит плоской модели Земли были проведены Э. В. Утемовым и Д. К. Нургалиевым в 2007 году. Предложенные ими вейвлет-преобразования, построенные на основе формулы потенциала точечного источника и его производных оказались весьма эффективными инструментами интерпретации локальных данных, что явно показало важность учета физических свойств процесса при построении вейвлет-преобразования его описывающего.

Однако обобщение этих методов на сферический случай оказалось весьма сложной задачей, которая и была решена в настоящей работе.

### **Цель диссертационной работы**

Целью настоящей работы является разработка эффективного метода для построения решений обратной задачи гравиметрии, оценки параметров аномалиеобразующих источников и построения плотностных моделей на двумерных и трехмерных сферах с

использованием вейвлет-преобразования с «естественным» базисом, а также демонстрация эффективности разработанного алгоритма на примере гравитационного поля Земли, полученного по спутниковым и наземным данным.

**Научная новизна** диссертации заключается в разработке и реализации метода решения обратных задач гравиметрии на сфере, а также в методике формирования и использования критериев выбора «естественных» базовых функций. Показана эффективность созданного метода для выявления глобальных геологических структур по данным «естественных» вейвлет-срезов поля глобальной модели гравитационного потенциала Земли при различных значениях масштабного параметра.

**Теоретическая ценность** заключается в методике построения вейвлет-преобразования, оптимального для геопотенциальных данных, представленных на сфере. **Практическая ценность** работы состоит в том, что разработанная методика «естественного» вейвлет-преобразования поля гравитационного потенциала Земли является новым эффективным инструментом изучения глубинных структур Земли и уточнения формы границ внутренних оболочек Земли. В результате проведенных в диссертации исследований разработан алгоритм, реализованный в виде программ для расчета вейвлет-преобразования гравитационного поля на сфере и решения обратных задач гравиметрии.

**Достоверность научных положений** и обоснованность описанного подхода и выводов подтверждена корректным теоретическим обоснованием приведенных утверждений. Результаты подтверждены исследованиями на реальных данных, а также сравнением с имеющимися моделями других авторов.

Результаты опубликованы в рецензируемых научных журналах, и были апробированы на различных Российских и международных конференциях.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. «Естественное» вейвлет-преобразование с модифицированной базисной функцией решает прямую и обратную задачу гравиметрии на сферической поверхности, показано, что получаемые результаты являются геологически содержательными.

2. Анализ «естественных» вейвлет-срезов поля глобальной модели Земли является эффективным для выявления глобальных геологических структур.

**Личный вклад автора** состоит в: постановке задач, разработке методов их решения; разработке методики построения решений обратной задачи гравиметрии на сфере, для оценки параметров аномалиеобразующих источников; обработке и анализе полученных результатов (построение плотностных моделей).

**Апробация работы.** В полном объеме результаты исследования представлены на заседании кафедры геофизики и геоинформационных технологий ИГиНГТ КФУ. Основные положения и результаты диссертации докладывались на следующих международных и отечественных конференциях: «Геология в развивающемся мире» (Пермь, 2012, 2013), «European Geosciences Union» (Австрия, Вена, 2013, 2017), SGEM (Болгария, Албена, 2014, 2015), IAMG (Германия, Фрайберг, 2015), SIAM (Германия, Эрланген, международная научно-практическая конференция для геологов и геофизиков «Сочи-2012», (Сочи, 2012), «Геомодель» (Геленджик, 2014), семинара им. Д. Г. Успенского «Практические и теоретические аспекты геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей», (Казань, 2018), Уральская молодежная научная школа по геофизике, (Екатеринбург, 2018).

**Публикации.** Основные научные положения и практические результаты диссертационной работы опубликованы в 15 печатных работах: в том числе 4 – в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 7 статей индексируются базой Scopus.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и заключения. Общий объем работы составляет 81 страницу, включает 27 рисунков, 5 таблиц, и список использованных источников содержит 123 наименования.

**Благодарности.** Работа выполнена на кафедре геофизики и геоинформационных технологий ИГиНГТ КФУ. Автор диссертации выражает глубокую благодарность научному руководителю кандидату геолого-минералогических наук, доценту Утемову Эдуарду Валерьевичу за постоянное внимание к работе и помощь в изучении методов интерпретации потенциальных полей, а также доктору

геолого-минералогических наук, профессору Нургалиеву Данису Карловичу за возможность заниматься интересными и перспективными исследованиями, постоянную поддержку и помощь на всех этапах выполнения работы, за консультации и неоценимую помощь при создании данной работы.

## **Содержание работы**

Во **Введении** описаны актуальность работы, цель и задачи исследования, а также научная новизна и практическая значимость его результатов, приводятся сведения об апробации работы и публикациях. Здесь же сформулированы защищаемые положения и кратко охарактеризована структура работы.

### **Глава 1. Вейвлет-анализ: история, задачи, применение к геопотенциальным полям**

Данная глава раскрывает современное состояние методик создания 3D плотностных моделей Земли. Приводится обзор существующих подходов, методов и средств решения обратных задач гравиразведки.

В настоящее время, в связи с развитием гравитационной измерительной аппаратуры, абсолютной гравиметрии, спутниковых систем требуется разработка более современных алгоритмов обработки информации и интерпретации потенциальных полей для изучения глубинного строения Земли в геофизике.

Обратные задачи (ОЗ) гравиметрии, как правило, в математическом смысле являются некорректно поставленными. Фундаментальные основы теории решения некорректно поставленных задач разрабатывались отечественными геофизиками-математиками. Среди основоположников данной теории можно назвать А. Н. Тихонова, В. К. Иванова, М. М. Лаврентьева, В. Н. Страхова, В. И. Старостенко, А. В. Цирюльского и др. В работах этих ученых были заложены основы теории решения обратных и некорректно поставленных задач.

Для анализа гравитационных полей Земли логично воспользоваться аппаратом шаровых и сферических функций, которые по своей «конструкции» специально предназначены для описания потенциальных полей внутри или вне сферических поверхностей. Этот аппарат был разработан ещё в конце 18 века А. Лежандром и П. Лапласом для исследования соответствующих задач математической физики. Однако применение этого аппарата к обработке геофизических данных началось значительно позже - после накопления достаточного количества наблюдений.

Первыми значимыми работами по применению спектральных преобразований, в частности сферического гармонического анализа, для решения ОЗ гравиметрии являются работы В. Н. Страхова и А. А. Никитина. Численные алгоритмы, предложенные в этих работах, позволяли вычислять распределение физических параметров среды, используя спектральное представление данных гравиразведки. Однако изначально эти алгоритмы были недостаточно эффективны, что привело к необходимости усовершенствования существующих на тот момент методов разложения внешнего гравитационного поля по сферическим функциям, сделанного В.Н. Страховым.

С начала 1980-х годов растёт количество сферических гармонических моделей гравитационного поля Земли. В. Фриден с коллегами занимаются разработкой методов для разномасштабного анализа геопотенциальных полей. Известные математические «плоские» методы интерполяции, аппроксимации переводятся в сферическую область, разрабатываются новые методы решения как прямых, так и обратных задач для разного масштаба. Вводятся новые понятия дилатации на сфере. В зависимости от типа и масштаба анализа строятся разные семейства вейвлетов. Эти результаты были использованы при построении модели гравитационного поля Земли с учетом временных и региональных изменений на основе данных спутниковых проектов CHAMP и GRACE.

Еще одним основоположником данного направления является французский ученый геофизик Фредерик Моро. При обработке и интерпретации данных геопотенциальных полей на плоскости Моро в соавторстве с Хольшнайдером применили вейвлет-анализ на основе полугруппы вейвлетов Пуассона. Было показано, что вейвлет-



преобразование потенциального поля, создаваемое однородным источником и измеряемое в гиперплоскости, обладает структурой подобной усеченному конусу, указывающему в сторону расположения источника.

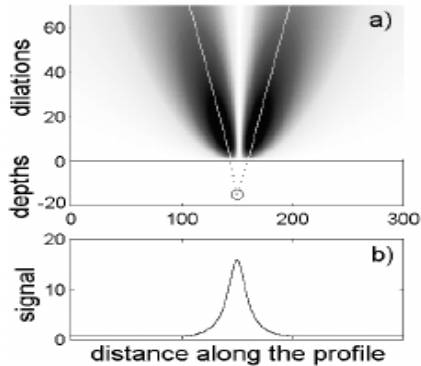


Рисунок 1. а) коэффициенты вейвлет-преобразования от двумерного точечного гравитационного источника б) потенциальное поле источника.

Кроме того, масштабные изменения вейвлет-коэффициентов отражают степень однородности источника. Эта простая геометрическая интерпретация позволяет локализовать и охарактеризовать геометрическую структуру источника. На основании этого результата получено семейство вейвлетов, которые ведут себя хорошо при гармоническом продолжении

На сегодняшний день ряд отечественных авторов также активно применяют вейвлет-анализ для решения геофизических и геологических задач. А. С. Долгаль<sup>1</sup> использовал быстрое вейвлет-преобразование с базисом Хаара для создания моделей структурных поверхностей и потенциальных геофизических полей.

В. О. Михайлов<sup>23</sup> с коллегами использовали вейвлет-преобразования на основе ядра Пуассона для мультимасштабной

<sup>1</sup> А.С. Долгаль. Моделирование геологических объектов и геофизических полей с использованием вейвлетов Хаара. — Вестник Пермского университета. Геология. — 2014, № 4. — С. 66–80.

<sup>2</sup> Panet I., V. Mikhailov, M. Diament, F. Pollitz, G. King, O. de Viron, M. Holschneider, R. Biancale, J.-M. Lemoine. Co-seismic and post-seismic signatures

фильтрации наземных и спутниковых данных с Grace и CHAMP, в целях отслеживания постсейсмических изменений разных масштабов после гигантских землетрясений.

Ю. В. Болотин и В. С. Вязьмин в своих работах применяют сферический анализ. Они представили «методику трансформации аномального гравитационного поля Земли, построенного по данным аэрогравиметрии»<sup>4</sup>. В. С. Вязьмин применил сферическое вейвлет-разложения для увязки результатов аэрогравиметрической и спутниковой гравиметрической съемок. Также ему удалось оценить погрешности такого подхода.

Анализом потенциальных полей на основе семейства вейвлетов Пуассона занимается молодой ученый К. М. Кузнецов<sup>5</sup> под руководством А. А. Булычева и И. В. Оболенского. В указанных работах рассмотрены возможности применения вейвлетов Пуассона в случае одномерных и двумерных сигналов потенциальных полей, позволяющие получить положения особых точек источников. Построена методика применения двумерного пуассоновского вейвлет-преобразования к двумерным потенциальным полям. На синтетических и реальных данных обосновано применение разномасштабных вейвлет-коэффициентов для локализации аномалеобразующих точек в зависимости от формы и пространственной направленности потенциальных тел.

---

of the Sumatra December 2004 and March 2005 earthquakes in GRACE satellite gravity. — *Geophys. J. Int.* — 2007. — v. 171, — pp. 177–190.

<sup>3</sup> Panet, I., F. Pollitz, V. Mikhailov, M. Diament, P. Banerjee, and K. Grijalva. 2010. Upper mantle rheology from GRACE and GPS postseismic deformation after the 2004 Sumatra-Andaman earthquake. — *Geochemistry, Geophysics, Geosystems (G3)*. 11, Q06008, doi:10.1029/2009GC002905.

<sup>4</sup> Ю. В. Болотин, В. С. Вязьмин. Сферический вейвлет-анализ аэрогравиметрических данных. — *Геофизические исследования*. — 2012. — Т. 13, № 2. — С. 33–49.

<sup>5</sup> К. М. Кузнецов, И. В. Оболенский, А. А. Булычев. Трансформации потенциальных полей на основе непрерывного вейвлет-преобразования. — *Вестник Московского университета. Серия 4: Геология*. — 2015. — № 6. — С. 61–70.

## Глава 2. Основы «естественного» вейвлет-преобразования

В данной главе кратко изложен аппарат, описанный Э. В. Утемовым и Д.К. Нурғалиевым<sup>67</sup>, для обработки потенциальных полей с помощью вейвлет-преобразования для решения обратной задачи на плоскости. Построен материнский вейвлет, который используется при восстановлении причинных источников. Приведен алгоритмы поиска двумерных и трехмерных источников, и построены синтетические примеры, иллюстрирующие работу данного алгоритма.

Пусть определен класс базисных вейвлет функций, для которых результатом вейвлет-анализа будет частное решение соответствующей линейной обратной задачи:

$$\rho(x, h) \equiv (D_h \psi) * g(x) = \frac{1}{fh^m} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{x-y}{h}\right) g(y) dy \quad (2)$$

Тогда вейвлет-преобразование является решением соответствующей геофизической двумерной прямой задачи:

$$g(x) = \int_0^{\infty} dh \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x-y, h) V^{(1)}(y, h) dy \quad (3)$$

В уравнениях (2) и (3):  $h \in R^+$  - глубина залегания или вертикальная координата,  $x, y \in R$  - горизонтальные координаты,  $\rho(x, h)$  - избыточная плотность,  $f$  - гравитационная постоянная,  $g(x)$  - наблюдаемое гравитационное поле,  $V^{(1)}(x, h)$  - первая вертикальная производная гравитационного потенциала двумерной точечной массы:

$$V^{(1)}(x, h) = f \frac{2h}{x^2 + h^2}. \quad (4)$$

Очевидно, что размерность вейвлет-коэффициентов соответствует геофизическому полю: плотности гравитационного поля, намагниченности магнитного поля и т.д.

Множество функций следующего вида является частным решением системы (2-3):

<sup>6</sup> Э.В. Утёмов, Д.К. Нурғалиев. «Естественные» вейвлет-преобразования гравиметрических данных: теория и приложения. — М: Изв. РАН. Физика Земли. — 2005. — № 4. — С.88–96.

<sup>7</sup> Э.В. Утёмов, Д.К. Нурғалиев, Г.С. Хамидуллина. Технология обработки и интерпретации гравиметрических данных на основе «естественного» вейвлет-преобразования. — К: Ученые записки Казанского университета. — 2010. — Т. 152, №2. — С. 208-222.

$$\psi^{(n)}(x) = \frac{2^{n-3}}{f\pi^2(n-2)!} V^{(n)}(x, 1), n > 1 \quad (5)$$

Непрерывное вейвлет-преобразования с базисом из семейства (5) обладает следующими свойствами:

- 1) является решением линейной двумерной обратной задачи гравиметрии (2) при использовании любой нормированной линейной комбинации функций из семейства (5) в качестве базиса;
- 2) амплитуды вейвлет-коэффициентов имеют размерность физической линейной плотности;
- 3) масштабный параметр вейвлет-преобразования имеет размерность длины и по смыслу соответствует глубине возможных источников<sup>8</sup>;
- 4) базисные вейвлет-функции из семейства (5) являются вертикальными производными потенциала точечного источника.

Для определения «естественного» вейвлет-спектра гравитационного поля двумерного точечного источника с координатами  $\{x_0, h_0\}$  и единичной линейной плотностью использована функция из класса (5) в качестве анализирующего вейвлета. Данный вейвлет-спектр имеет вид:

$$W_{\psi^{(n)}}[V_{(1)}](x - x_0, h, h_0) = \frac{2^{n-2}}{(n-2)! \pi f} h^{n-2} V_{(n)}(x - x_0, h + h_0) \quad (6)$$

У данной функции центральный максимум получается в точке с координатами

$$x = x_0, h = \left(\frac{n}{2} - 1\right) h_0 \quad (7)$$

Получаем, что при  $n=4$  глубина  $h = h_0$ , т.е. значение и положение максимума вейвлет-спектра точно и четко определяет характеристики источника (положение и массу)

В качестве примера представлен вейвлет-спектр от гравитационного поля  $V_{(1)}$  одного причинного источника: глубина залегания 5 км, базисная функция  $\psi^{(n)}(1)$  при  $n$  равно 4. В этом случае максимум вейвлет-коэффициентов имеет те же координаты, что и

---

<sup>8</sup> Э.В. Утёмов, Д.К. Нургалиев. Применение «естественного» вейвлет-преобразования гравиметрических данных для исследования структуры осадочного чехла и поверхности кристаллического фундамента — Нефтяное хозяйство. — 2013. — № 6. — С.19–23.

причинный источник. Данный пример показывает нам, что экстремумы вейвлет-спектра позволяют определять параметры источников, такие как местоположение, глубина, а также масса.

Большинство результатов, полученных для двумерного случая, могут быть обобщены на случай трехмерного точечного источника без существенных изменений. Условие для трехмерного варианта имеет вид:

$$f \int_0^{\infty} \hat{\psi}(h, \omega_x, \omega_y) e^{-h \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}} dh = 1 \quad (8)$$

Аналогом «естественного» материнского вейвлета из (5), обеспечивающим формальное решение ОЗ гравиметрии, будут функции вида<sup>1</sup>:

$$\psi_{(n)}(x, y, h) = \frac{2^{n-1} h^{n-2}}{(n-2)! f} V_{(n)}^{3D}(x, y, h) = c_n^{3D} h^{n-2} V_{(n)}^{3D}(x, y, h), \quad n > 1, \quad (9)$$

где верхний индекс «3D» используется для того, чтобы отметить трехмерный характер аномалиеобразующего источника.

Вейвлет-спектр в данном случае принимает вид:

$$W_{\psi_{(n)}}[V_{(1)}](x - x_0, y - y_0, h, h_0) = \frac{2^{n-1}}{(n-2)! f} h^{n-2} V_{(n)}^{3D}(x - x_0, y - y_0, h + h_0) \quad (10)$$

Для трехмерного источника максимум функции в вертикальном направлении достигается при  $n=5$  в точке:

$$h = \frac{n-2}{3} h_0 \quad (11)$$

Показано, что предложенный алгоритм может быть успешно применён в случае, когда заданные причинные источники образуют плотную конфигурацию с единственным экстремумом поля силы тяжести.

### Глава 3. Двумерный сферический случай

В главе 3 приводится построение материнского вейвлета и алгоритма вычисления вейвлет-преобразования для двухмерного сферического многообразия. Явно доказана связь глубины залегания источников на двумерной сфере (цилиндре) и в плоском случае. Построены синтетические модели и их вейвлет-преобразования для двухмерной сферы.

При переходе от плоскости к сферическому пространству возникла задача выбора адекватной базисной функции, поскольку в сферическом случае нарушается дилатационная симметрия вейвлет-преобразования. Наша задача заключалась в адаптации техники «естественного» непрерывного вейвлет-преобразования, разработанного для плоского случая, на случай данных, представленных на сфере (цилиндре). Для этой цели рассмотрены и сопоставлены аномалии двумерного гравитирующего точечного источника на плоскости и на сферическом теле (горизонтальном круговом цилиндре). Применяя Фурье преобразование и теорию вычетов, получено, что во временной области поле точечного источника на двумерной сфере и поле  $2\pi R$ -периодической сети гравитирующих источников, залегающих на одной глубине, совпадают с точностью до постоянной.

Таким образом, было получено, что аномалии на двумерной сфере можно исследовать тем же математическим аппаратом вейвлет-преобразования, что и в плоском случае, просто производя построчную коррекцию оценок глубин на основе формулы (12).

$$h_k = -R \ln \left( 1 - \frac{h}{R} \right) \quad (12)$$

где  $h$  – глубина залегания источника на круговом цилиндре,  $R$  – радиус сферы (Земли),  $h_k$  – глубина залегания  $2\pi R$ -периодического набора гравитационных источников

Для иллюстрации пересчета глубин представлена гравитационная аномалия на плоскости для  $2\pi R$ -периодического набора гравитационных источников и той же аномалии на сфере для одной материальной точки на Рисунке 2. Глубины источников обеих моделей (3000 и примерно 4055 км) связаны формулой (12).

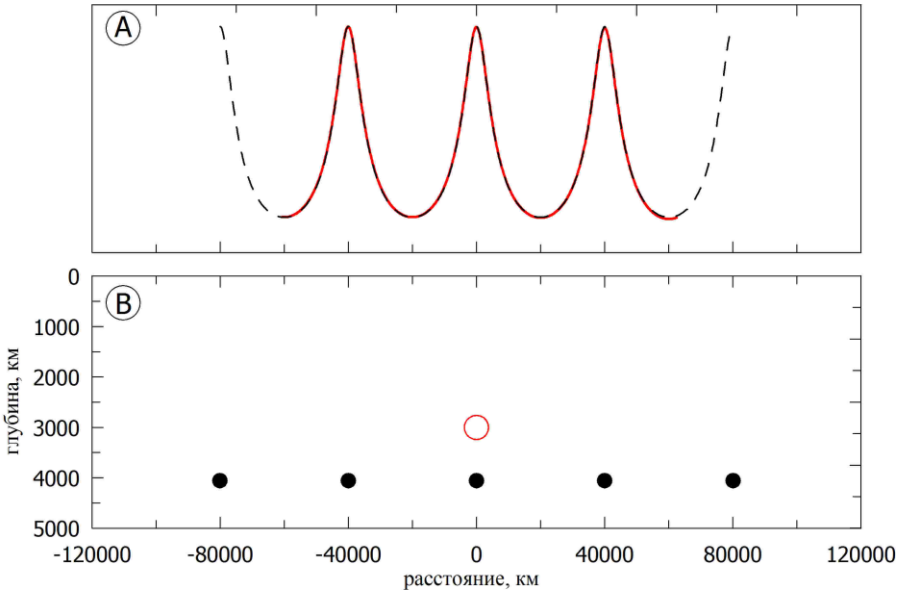


Рисунок 2. Сравнение потенциального поля на плоскости  $2\pi R$ -периодического набора источников и потенциального поля на двумерной сфере одного источника. Глубины источников обеих моделей (3000 и примерно 4055 км) связаны формулой (3).

А: Пунктирная черная линия соответствует потенциальному полю плоской модели, сплошная красная линия соответствует полю сферической модели.

В: красная окружность соответствует источнику сферической модели, черные круги соответствуют  $2\pi R$ -периодическому набору источников плоской модели.

#### Глава 4. Трехмерный сферический случай. Синтетические модели

Обобщение подхода из прошлой главы для двухмерного сферического случая на трехмерную сферу выявил несколько математических задач.

1) Отличием данного случая является то, что использование в качестве материнского вейвлета вертикальной производной гравитационного потенциала не приводит к ожидаемым результатам.

В данном случае необходимо использовать в роли базиса только гравитационный потенциал. Отметим, что уравнение (12) все

еще находится в рабочем состоянии для трехмерного сферического случая. Для того чтобы проиллюстрировать это утверждение, мы показали поля гравитационного потенциала для плоского и сферического случаев на Рисунке 3.

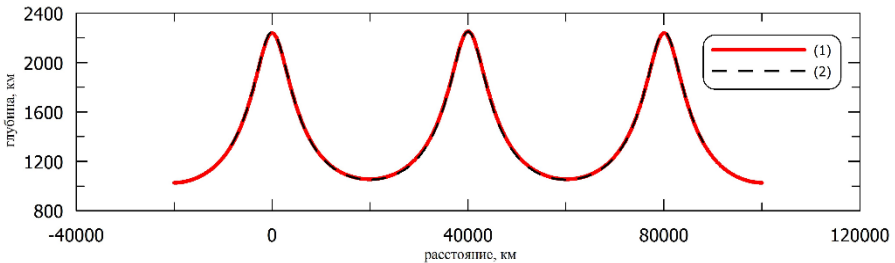


Рисунок 3. Сравнение потенциального поля  $2\pi R$ -периодического набора источников на двумерных и трехмерных сферах. Пунктирная черная линия соответствует потенциальному полю плоской модели, сплошная красная линия соответствует полю сферической модели.

2) Второй задачей при переходе от двумерной сферы к трехмерной стало совершенствование алгоритма расчета коэффициентов вейвлет-преобразования для источников, не лежащих в экваториальной плоскости. Оказалось, что формула пересчета глубин источников из прошлой главы правильно работает только вблизи экваториальной линии. Это привело к тому, что мощность источников к полюсам сильно отличается от мощности аналогичных источников, расположенных на экваторе. Различие мощностей на полюсах демонстрирует Рисунок 4.



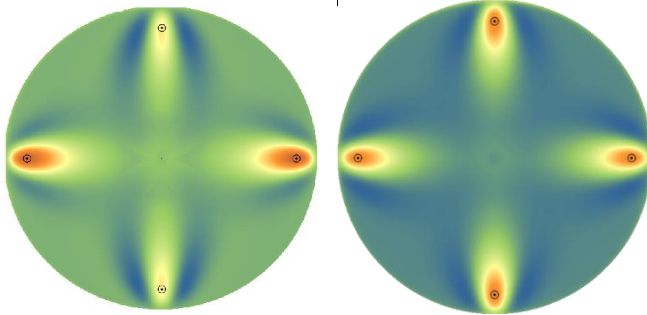


Рисунок 4. 4 точечных источника находящиеся на одинаковой глубине залегания 1000м и одинаковой массы без пересчета глубин (слева) и с пересчетом глубин (справа)

3) Также данный аспект влечет за собой расчет контура в каждой точке, отличной от экваториальной, что ведет к многократному увеличению количества вычислительных операций.

Проблемы 2 и 3 были решены сразу одним действием – путем поворота системы координат из расчетной точки в нулевое положение на экваториальную плоскость. Это позволило сократить и ускорить расчеты на несколько порядков, а также исключить неточность оценки глубин не экваториальных источников.

Построено несколько синтетических моделей, наиболее сложная модель с 10 произвольными точечными источниками, также показала хорошую корреляцию модельных и полученных данных.

Рассмотрим линейное отклонение заданных параметров источников от полученных. По вертикальной оси Рисунка 5 располагаются модельные данные, по горизонтальной – полученные. Как видно из графиков, пространственная локализация источников хорошо осуществлена.

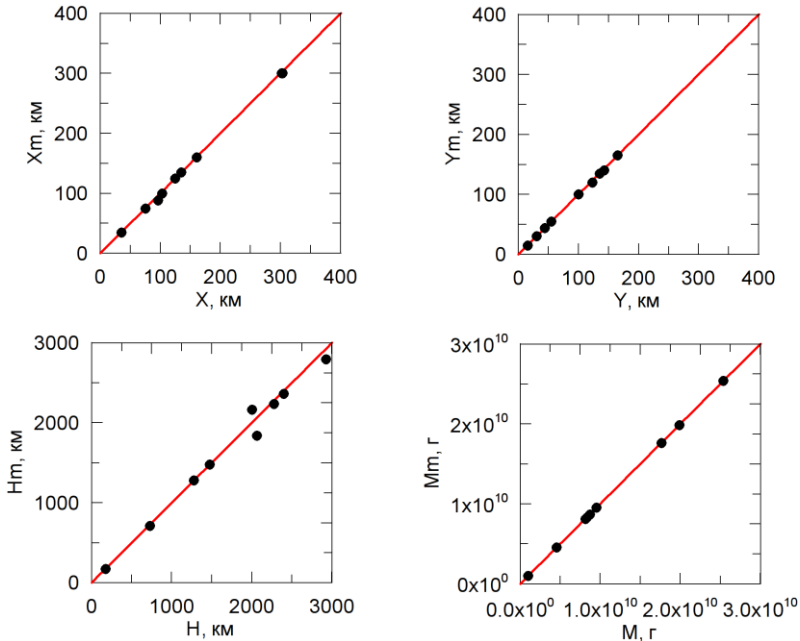


Рисунок 5. Линейное отклонение полученных местоположений и параметров источников от заданных.

## Глава 5. Обработка реальных данных

Глава 5 посвящена практическому применению «естественного» вейвлет преобразования для обработки потенциальных данных. Для построения плотностных моделей были взяты данные гравитационного потенциала Земли EIGEN-6C4 с сайта International Centre for Global Earth Models (ICGEM) (<http://icgem.gfz-potsdam.de>). Эта модель сочетает в себе различные спутниковые и наземные данные: LAGEOS, GRACE, GOCE и DTU.

Ниже представлены некоторые глубинные модели Земли, полученные при построении вейвлет преобразования для данных глобального гравитационного поля с разным масштабным параметром.

**Масштабирующий параметр 50 км.** Вейвлет-срез на Рисунке 6 выявляет литосферные плотностные аномалии. Четко проявляются такие известные геологические структуры как срединно-океанические хребты и трансформные разломы, континентальные рифы, конвергентные границы, складчатые области, горячие точки, обусловленные мантийными плюмами (Гавайские острова, императорский хребет и пр.).

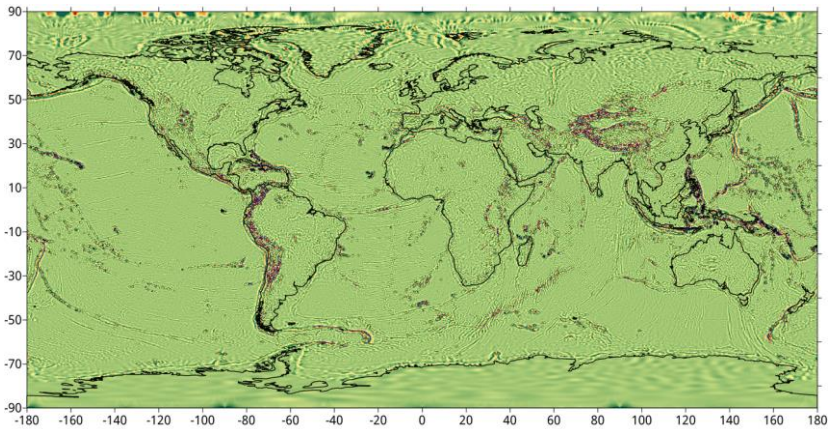


Рисунок 6. Вейвлет-срез, соответствующий глубине 50 км.

**Масштабирующий параметр 150 км** на Рисунке 7 показывает плотностные неоднородности верхней астеносферы. Выявляются наиболее крупные геологические структуры, такие как конвергентные границы, зоны субдукции.

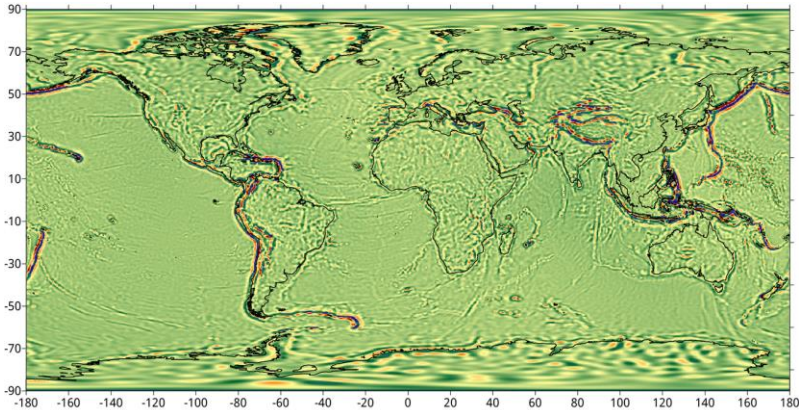


Рисунок 7. Вейвлет-срез, соответствующий глубине 150 км.

**Масштабирующий параметр 3500 км.** Этот срез примерно соответствует глубине, на которой находится граница ядра (мантии) и верхняя часть ядра. Можно предположить, что плотностные неоднородности соответствуют термодинамическому состоянию вещества внешнего ядра. Также интерес представляет наличие длинных полос обеих отрицательных и положительных аномалий плотности, которые образуют угол с осью вращения Земли примерно  $20\text{-}30^\circ$ , это может быть обусловлено разностью скоростей внешнего и внутреннего ядер, а также не симметричной формой внутреннего ядра относительно центра Земли.

Представлено сравнение нашей модели, построенной для масштабирующего параметра 3500, и двухслойной модели Земли (core mantle boundary CMB)<sup>9</sup>. Как видно на Рисунке 8, отрицательная аномалия в Индийском океане обнаруживается на обеих картах, также локализуются положительные аномалии в районе Индонезии. Данные модели также коррелируются с имеющимися сейсмическими моделями. В модели, полученной разложением по сферическим функциям, можно наблюдать «шахматность» положительных и

---

<sup>9</sup> Prutkin, I. Gravitational and magnetic models of the core–mantle boundary and their correlation // *Journal of Geodynamics*. — 2008.—V. 45, Issues 2–3.—P. 146–153.

отрицательных аномалий. Это является следствием применения сферических функций. Вейвлет-преобразование лишено данного недостатка.

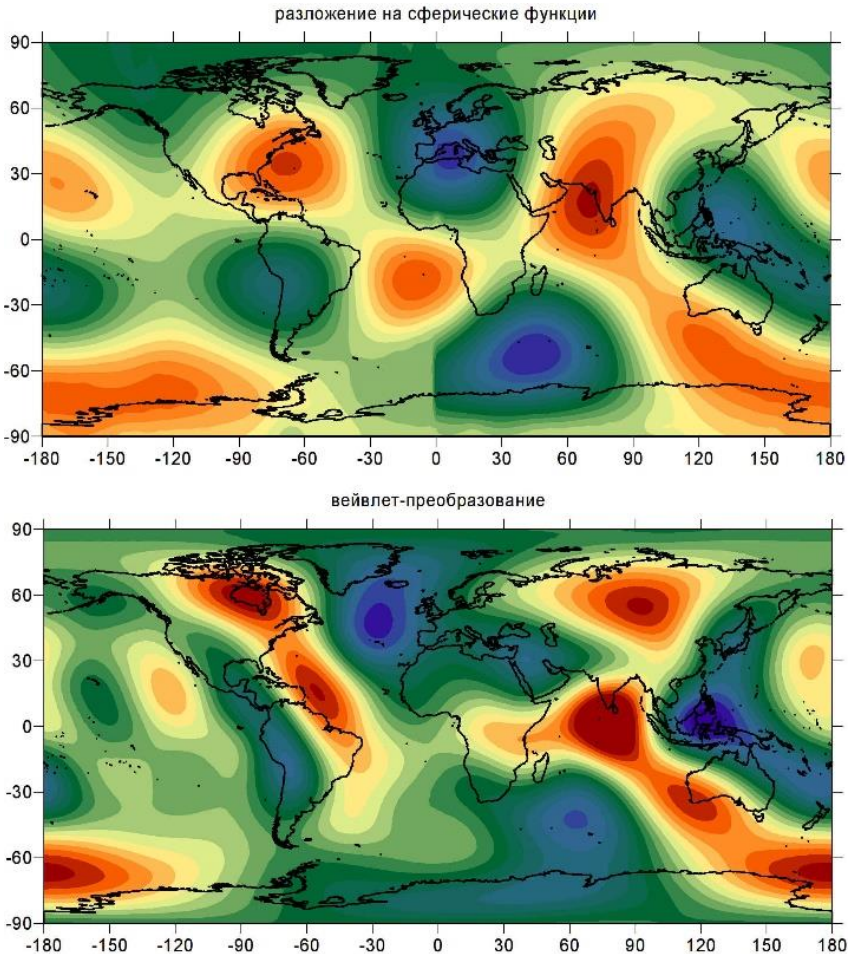


Рисунок 8. Сравнение гравитационных моделей на грани ядро-мантия, полученных с помощью сферического разложения (верхний рисунок) и вейвлет-преобразования (нижний рисунок).

Стандартное отклонение вейвлет-коэффициентов в зависимости от масштаба параметра характеризует уровень неоднородностей плотности на соответствующих глубинах. Отношение стандартного отклонения (SD) вейвлет-коэффициентов и масштабного параметра отображены на Рисунке 9. В целом, наблюдается снижение стандартного отклонения с глубиной. Тем не менее, в интервале глубин 100 – 200 км и 2000 – 3500 км эта тенденция замедляется. Отметим, что первый интервал глубины примерно соответствует границе литосфера-астеносфера, а второй интервал соответствует границе нижняя мантия- внешнее ядро.

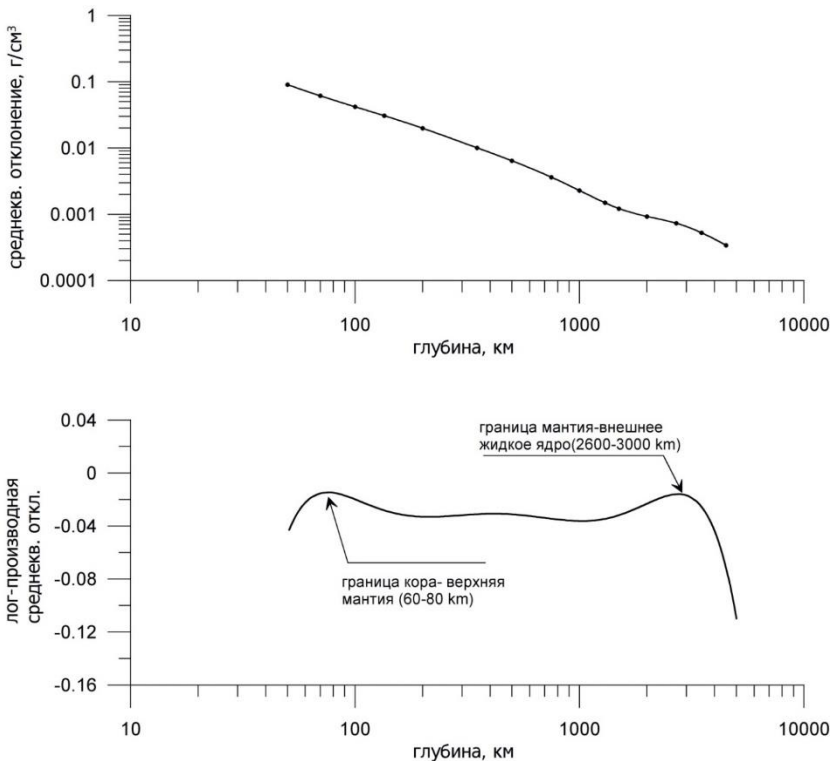


Рисунок 9. Стандартное отклонение вейвлет-коэффициентов в зависимости от масштаба параметра.

## Заключение

В процессе выполнения диссертационной работы получены следующие основные результаты:

1. Было разработано вейвлет-преобразование геопотенциальных полей на двух- и трехмерных сферических поверхностях на основе материнского «естественного» вейвлета. Наиболее важным результатом реализации данного преобразования явилась возможность определения местоположений и глубин залегания аномалиеобразующих источников.
2. Для определения параметров причинных источников, была выведена формула (12) для пост-коррекции оценок глубин при переходе от плоского к сферическому случаю. Данный результат позволяет рассматривать данные, полученные на сферической поверхности, как данные на плоскости, но с другими параметрами глубинных причинных источников.
3. Решена проблема интегрирования на сферическом множестве (проблема полюсов). Такая ситуация возникла в связи с тем, что геометрия контура интегрирования имеет широтную зависимость. Также, данный аспект приводил к расчету контура интегрирования в каждой точке, отличной от экваториальной, и, соответственно, к значительному увеличению количества вычислительных операций.
4. Опробование методики определения параметров источников на синтетических примерах показало хорошую сходимость результатов даже в случае интерференции полей отдельных источников.
5. Опробование методики на реальных данных глобального гравитационного поля позволило исследовать характер распределения причинных источников по глубинам и в плане.
6. Изучение характера распределения вейвлет-коэффициентов при различных значениях масштабного параметра позволило ассоциировать аномалии вейвлет-срезов с известными геологическими структурами.
7. Анализ аномалии вейвлет-срезов вблизи известных границ геосфер (мантия-внешнее ядро, и т.д.) позволило сделать выводы об особенностях их структуры.
8. Стоит отметить, что предложенное «естественное» вейвлет-

преобразование может быть использован для интерпретации любых потенциальных данных.

9. Примеры показали, что «естественный» вейвлет-анализ позволяет изучать глобальные структурные элементы сферических объектов, таких как Земля, Луна, Марс, Венера и т.д.

### **Список публикаций автора по теме диссертации**

1. Результаты экспресс-обработки данных высокоточных гравиметрических съемок на территории Болгарского городища с использованием технологии «Естественного» вейвлет-преобразования / Э.В. Утемов, Д.И. Хасанов, В.Е. Косарев, Н.А. Матвеева, А.Э. Утемов // Ученые записки Казанского университета. Серия Естественные науки. –2011. –Т. 153, кн. 3. –С. 269-277
2. Предварительные результаты обработки данных низкочастотного сейсмического зондирования с использованием вейвлет анализа на Балаевской структуре Южно-Татарского свода / Н.А. Матвеева, Э.В. Утемов / Геология в развивающемся мире: сборник научных трудов (по материалам V науч.-практ. конф. студ., асп. и молодых ученых с междунар. участием): в 2 т. –Пермь, 2012. – Т.1, –С. 206-208.
3. О возможной связи амплитудных аномалий суточных и полусуточных компонент приливных вариаций силы тяжести с термоупругими свойствами земной коры (по данным наблюдений с гравиметрами CG-5 AUTOGRAV) / Утемов Э.В., Нурғалиев Д.К., Харисов А.Г., Матвеева Н.А // Ученые записки Казанского университета. Серия: Естественные науки. –2012. –Т. 154, кн. 4. –С29-36.
4. Об одном источнике аномалий вариаций силы тяжести / А.Г. Харисов, Э.В. Утемов, Н.А. Матвеева // Нефтяное хозяйство. 2013, –Т. 6, –С. 24-26
5. Изучение аномалий спектральных характеристики лунно-солнечных приливов по данным вейвлет-преобразования / А.Г. Харисов, Н.А. Матвеева // Геология в развивающемся мире: сборник научных трудов (по материалам VI науч.-практ. конф. студ., асп. и



молодых ученых с междунар. участием): в 2 т. –Пермь, 2013. –Т.1, –С. 182-184.

6. Построение формальных решений обратных задач гравиразведки на сфере с использованием «естественных» вейвлет-преобразований /Н.А. Матвеева / Геология в развивающемся мире: сборник научных трудов (по материалам VII науч.-практ. конф. студ., асп. и молодых ученых с междунар. участием): в 2 т. –Пермь, 2012. – Т.1, –С. 238-242.

7. "Native" wavelet transform data obtained on spherical Earth's surface / Natalia Matveeva, Edward Utemov, Danis Nurgaliev / 14<sup>th</sup> International Multidisciplinary Scientific Geoconference and EXPO, SGEM, Bulgaria, 2014. –V. 1(1), –pp. 383-389.

8. Solutions of inverse problem of gravimetry on the sphere using "native" wavelet transform / Natalia Matveeva, Edward Utemov, Danis Nurgaliev / 14th International Multidisciplinary Scientific Geoconference and EXPO, SGEM, Bulgaria, 2014. –V. 1(1), –pp. 621-628.

9. Processing and interpretation of gravimetric data based on “native” continuous wavelet transform / Edward Utemov, Danis Nurgaliev, Natalia Matveeva / 14th International Multidisciplinary Scientific Geoconference and EXPO, SGEM, Bulgaria, 2014. –V. 1(1), –pp. 553-564.

10. Формальные решения обратной задачи гравиметрии для сферических данных с помощью "естественного" вейвлет-преобразования / Н.А. Матвеева, Э.В. Утемов, Д.К. Нургалиев / Сборник докладов 16-й международной геологической научно-практической конференции EAGE «Геомодель-2014» (Geomodel 2014 - 16th EAGE science and applied research conference on oil and gas geological exploration and development). Геленджик: EAGE, 2014. —С. 13-16.

11. Вейвлет-технология интерпретации геопотенциальных данных, представленных на сферической поверхности / Н.А. Матвеева // Разведка и охрана недр. 2014, –Т. 11, –С.24-27.

12. “Native” wavelet transform for solution inverse problem of gravimetry on the spherical manifold / Natalia Matveeva, Eduard Utemov, Danis Nurgaliev / 15th International Multidisciplinary Scientific Geoconference and EXPO, SGEM, Bulgaria, 2015. –V.3, –pp. 1067-1074.

13. The “native” wavelet transform for solving the inverse problem of gravimetry on a spherical manifold / N. Matveeva, E. Utemov and D.Nurgaliev / Proceedings of IAMG 2015. The 17th annual conference of the International Association for Mathematical Geosciences Freiberg, Germany. 2015. –pp. 528-539.
14. Определение глубинных источников аномалий гравитационного потенциала Земли на основе непрерывного «естественного» вейвлет-преобразования / Н.А. Матвеева, Э.В. Утемов, Д.К. Нургалиев / Вопросы теории и практики интерпретации геофизических полей: материалы 44-й сессии Международного семинара им. Д.Г.Успенского, Москва, 23- 27 января 2017г. М: ИФЗ РАН. 2017. –С. 256-260.
15. “Native” Wavelet Transform for Solving Gravimetry Inverse Problem on the Sphere / N. Khairullina (Matveeva), E. Utemov and D. Nurgaliev / Practical and Theoretical Aspects of Geological Interpretation of Gravitational, Magnetic and Electric Fields. Proceedings of the 45th Uspensky International Geophysical Seminar, Kazan, 2019. –pp. 163-169